5 Instruktion, Förderung und Intervention

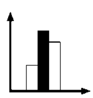
5.1 Überlegungen zur Mathematikdidaktik

Wissen aktiv konstruieren

Lange Zeit lag der Schwerpunkt des Mathematikunterrichts auf der expliziten Vermittlung von Rechenprozeduren und -algorithmen: Die Lehrperson demonstriert den korrekten Ablauf eines Rechenvorgangs und die SchülerInnen üben diesen Rechenvorgang so lange ein, bis sie ihn (so die Hoffnung) verstanden und automatisiert haben. Die Rechenprozeduren wurden zuerst im kleinen, und dann im zunehmend erweiterten Zahlenraum eingeübt. Im Unterschied zu diesen „show-and-tell“ oder „drill-and-kill“ Modellen steht in neueren Ansätzen die Entwicklung mathematischer Konzepte im Vordergrund, die sowohl die Beherrschung mathematischer Prozeduren als auch die Flüssigkeit und Automatisierung der rechnerischen Kompetenzen in den Vordergrund stellen.

Wissen aktiv konstruieren

Auch die auf Piaget (1952; Piaget/Szeminska 1975) zurückgehende Erkenntnis, dass Kinder Lerninhalte nicht passiv rezipieren, sondern von Geburt an aktiv lernen und ihr Wissen aktiv konstruieren, hatte auf die Mathematikdidaktik wesentliche Einflüsse. Im problembasierten Mathematikunterricht entwickeln Kinder aktiv eigene Lösungswege für arithmetische Problemstellungen. Aufgabe der Lehrperson ist im Wesentlichen, die Kinder mit geeigneten Problemstellungen zu konfrontieren und die Suche nach adäquaten Lösungswegen zu moderieren.



So zeigten die Ergebnisse einer Münchner Längsschnittstudie (SCHOLASTIK: Weinert/Helmke 1997), dass Schulklassen, die nach einer solchen konstruktivistischen Lehrmethode unterrichtet wurden, bessere Rechenleistungen und größere Lernerfolge erzielten als Schulklassen, die vorwiegend mit frontalen Unterrichtsmethoden (und passivem Wissenserwerb) instruiert wurden.

Den „konstruktivistischen Lerntheorien“ zufolge ist Lernen ein *aktiver Prozess*, bei dem neues Wissen konstruiert wird. Diese Wissenskonstruktion baut auf bereits vorhandenem Wissen auf und führt zu dessen Erweiterung. Im Gegensatz dazu steht der passive Wissenserwerb.

Ein wesentlicher Diskussionspunkt innerhalb der Mathematikdidaktik betrifft die Frage, ob diese konstruktivistische Herangehensweise für alle Lerninhalte und alle Lernenden gleichermaßen effizient ist. Besonders für rechenschwache Kinder wird oft angenommen, dass ein konstruktivistischer Unterricht eine Überforderung darstellen könnte: Sie seien nicht in der Lage, eigenständig Lösungswege zu entwickeln, und daher stärker als andere Kinder auf direktive Instruktionsmethoden angewiesen, die korrekte Lösungswege präsentieren und einüben. Allerdings zeigen Evaluationen der Effekte unterschiedlicher Instruktionsmethoden auf, dass diese Bedenken nicht immer berechtigt sind: Schwache Rechner profitieren etwa von einem kompetenten problemorientierten Unterricht ebenso wie gute Rechner (z. B. Kroesbergen et al. 2003; van de Rijt / van Luit 1998; Stern 2005).

Nicht zuletzt auf Basis der Befunde der vielzitierten Hattie-Studie (2013), in der Effektstärken zu schulischem Lernen aus Metaanalysen zusammengetragen wurden, rückt aktuell wieder ein stark vorstrukturierter direkter Unterricht in den Vordergrund, der allerdings deutlich von den traditionellen „show-and-tell"-Modellen abweicht. Vielmehr ist das Ziel, das mathematische Denken der SchülerInnen durch die Einführung neuer Ideen und neuen Wissens geeignet anzuregen. Laut Hattie und Kollegen (2017) sind wichtige Bestandteile eines kompetenten direkten Mathematikunterrichts, dass die Lehrperson die Intention und Lernziele des Unterrichts explizit formuliert, diese klar und deutlich vermittelt, durch Demonstrationen verdeutlicht und das Verständnis der SchülerInnen geeignet überprüft und sicherstellt. Eine zentrale Rolle nimmt dabei eine evaluative Ausrichtung des Unterrichts (im Englischen: formative assessment) ein. Bei diesem Ansatz verschafft sich die Lehrperson ein differenziertes und gezieltes Wissen über den aktuellen Lernstand und -fortschritte jedes einzelnen Kindes und macht sich explizit Gedanken über die Lernschritte, die als nächstes erforderlich sind, und wie sie geeignet angeregt werden können. Diese Herangehensweise erfordert also differenziertes Wissen über Lernwege und Entwicklungsverläufe im Bereich des mathematischen Lernens.

Umgang mit Fehlern

Einen wichtigen Hinweis auf den Lernstand eines Kindes können unter anderem auch seine Fehler darstellen. Aufgabe der Lehrperson ist es also nicht nur, Fehler zu identifizieren, sondern auch, zu erfassen, welche möglichen Denkprozesse hinter Fehlern stehen, so dass anhand der gemachten Fehler die nächsten Lernschritte spezifiziert und formuliert werden können.

5.1.1 Instruktionsmethoden

Drilltraining und konzeptueller Wissenserwerb

Als Drilltraining bezeichnet man das wiederholte schematische Üben von Aufgaben mit dem Ziel, diese Lerninhalte abzuspeichern (s. Fertigkeitenansatz gemäß Baroody 2003). Aktuelle Lerntheorien stimmen darin überein, dass Drilltraining, wie beispielsweise das Einüben von arithmetischen Fakten, unter bestimmten Umständen effektiv sein kann (z.B. Girelli et al. 1996; Hittmair-Delazer et al. 1994). Ein effizienter Abruf von gelernten Inhalten aus dem Gedächtnis stellt geringe Anforderungen an die Arbeitsgedächtnisleistungen, wodurch Arbeitsgedächtnisspeicher frei wird für das Verarbeiten von anderen Lösungsschritten (wie z.B. nötig beim Lösen mehrstelliger schriftlicher Rechenaufgaben). In Bezug auf Transfereffekte auf nicht geübte Aufgaben sind die Ergebnisse jedoch weniger einheitlich.

Drilltraining ist aber nur dann sinnvoll, wenn gleichzeitig am arithmetischen Verständnis gearbeitet wird. Das arithmetische Verständnis bzw. konzeptuelle Wissen ist eine Voraussetzung für die flexible Anwendung gelernter Inhalte und ermöglicht Lerntransfer und Generalisierung (Baroody 2003). Ohne das zugrunde liegende arithmetische Verständnis werden auswendig gelernte Inhalte rein schematisch angewendet. Fehler sind dann häufig ebenfalls schematisch, d.h. reflektieren immer das gleiche Fehlermuster.

Arthur Baroody (2003) differenziert auf einem Kontinuum von direktiv zu konstruktiv *vier Instruktionsmethoden*, nämlich den sogenannten Fertigkeitenansatz (im Englischen: skills approach), den konzeptuellen Ansatz (conceptual approach), den Problemlösungsansatz (problem-solving approach) und den investigativen Ansatz (investigative approach).

Drilltraining

- *Der Fertigkeitenansatz:* Der Fertigkeitenansatz reflektiert reines „Drilltraining", also durch wiederholtes Üben charakterisiertes Training, das ohne Einbettung in arithmetisches Verständnis angeboten wird.

Ein klassisches Beispiel für diese Art des Drilltrainings ist das Auswendiglernen von arithmetischen Fakten ohne Erläuterung der den Fakten zugrunde liegenden Zahlengrößenrepräsentationen und ohne Bearbeitung der Zusammenhänge zwischen den einzelnen Fakten. Ein Kind, das die arithmetischen Fakten auf diese Art auswendig gelernt hat, wird Schwierigkeiten haben, einzelne, momentan nicht spontan abrufbare Fakten von bekannten Fakten abzuleiten.
Ein weiteres Beispiel für eine auf einem Fertigkeitenansatz beruhende Instruktionsmethode ist das schematische Auswendiglernen von Lösungsprozeduren ohne Vermittlung der Sinnhaftigkeit der zugrunde liegenden Lösungsalgorithmen. Wird den Kindern beim Erwerb der Subtraktionsregeln beigebracht, dass beim Subtrahieren immer die kleinere von der größeren Zahl abgezogen wird, kann diese Regel beim schriftlichen Rechnen mit mehrstelligen Zahlen problematisch werden: Lautet die Aufgabe nämlich „61 – 23 = ?“, dann kann die Regel „Abziehen der kleineren von der größeren Zahl“ hier zu einem systematischen Fehlermuster führen, wenn das Kind die (für die Gesamtzahl geltende) Regel fälschlicherweise auf die Einzelziffern anwendet und dann zu dem inkorrekten Ergebnis 42 kommt.

Anschauungshilfen

- *Der konzeptuelle Ansatz:* Konzeptuelle Ansätze sind ebenfalls direktiv, zielen aber im Unterschied zum übungsbasierten Fertigkeitenansatz darauf ab, die symbolische (abstrakte) Arithmetik mit Hilfe von Anschauungshilfen darzustellen (Baroody 2003).

Ein Lehrziel eines konzeptuell orientierten Ansatzes könnte beispielsweise die Veranschaulichung der Kommutativ- sowie der Umkehrregel von Additionen und Subtraktionen mit Hilfe von Plättchen (oder anderer geeigneter Anschauungshilfen, s. Abschnitt 5.1.3) sein. Anhand von Anschauungshilfen können die Schüler ein arithmetisches Problem (z. B. 2 + 7 = 9) konkret darstellen und dann die entsprechenden Mengentransformationen vornehmen (Kommutativregel: 7 + 2 = 9; Umkehrregel Addition/Subtraktion: 9 – 2 = 7 bzw. 9 – 7 = 2).

fundiertes Verständnis

- *Der Problemlösungsansatz:* Die von Baroody (2003) als problemlösungsorientiert bezeichneten Ansätze setzen am konsequentesten Piagets Forderung nach konstruktivistischem Lernen um. Schüler sollen durch problemorientiertes Lernen selbst ein Verständnis konstruieren. Selbst entdeckte Lösungswege werden besser gespeichert als direktiv präsentierte und können dann auch mit bereits vorhandenen Wissenseinträgen verknüpft werden. Diese Art des Lernens führt also zu tiefgreifenden Einsichten und damit zu fundiertem Verständnis für mathematische Konzepte und Prozeduren.
- *Der investigative Ansatz:* Baroody hält allerdings nicht Problemlöseansätze für die effizienteste Instruktionsmethode, sondern investigative Ansätze, die er als eine Mischform aus konzeptuellen und problemlösungsorientierten Ansätzen darstellt. Investigative Ansätze sind insgesamt strukturierter als konzeptuelle und problemlösungsorientierte, weil hier die Lehrer expli-

zite Hilfestellung (siehe auch Scaffolding) bei der Wissenskonstruktion leisten. Das Bereitstellen von strukturiertem Lernmaterial soll zielgerichteten Wissenserwerb gewährleisten.

Fehleranalyse

Eine wichtige Implikation der letztgenannten Instruktionsmethoden ist, dass Rechenfehler dazu genutzt werden sollten, Lerneffekte zu provozieren. Dies geschieht durch eine detaillierte Fehleranalyse und die konzeptuelle Aufarbeitung der Fehlerquellen („positive Fehlerkultur“, Reusser 2000). In anderen Worten: Die Schüler sollen verstehen, warum eine bestimmte Lösung nicht stimmen kann.

Am obigen Beispiel der Subtraktion mit mehrstelligen Zahlen demonstriert würde das bedeuten, dass das Kind anhand von falschen Ergebnissen erfährt, dass die Regel „kleinere Zahl von der größeren Zahl abziehen“ für die gesamte Zahl gilt und nicht für die einzelnen Ziffern.

5.1.2 Optimierung des Lernprozesses – Scaffolding

Der Terminus des *Scaffoldings* leitet sich vom Englischen „scaffold“ (Gerüst) ab und bezeichnet die Optimierung des Lernprozesses durch die Bereitstellung des notwendigen Grundlagenwissens. Diese Grundlagen können Instruktionen sein, aber auch Denkanstöße oder Anschauungshilfen (s. Abschnitt 5.1.3). Sobald das Kind eine bestimmte Lernstufe erreicht hat und Teilaufgaben selbstständig lösen kann, werden die Hilfestellungen bzw. das „Gerüst“ schrittweise entfernt. Das Scaffolding geht auf den russischen Entwicklungspsychologen Lev Wygotsky (1978) zurück und ist zu den konstruktivistischen Instruktionsmethoden zuzuordnen.

Untrennbar mit dem „Scaffolding“ verbunden ist die Forderung, dass „Kinder da abgeholt werden sollen, wo sie stehen“. Sowohl die permanente Über- als auch die Unterforderung kann zu Verhaltensauffälligkeiten führen, die sich entweder in Form von introvertiertem (Rückzug) oder extravertiertem Verhalten (Störverhalten, Klassenclown) manifestieren.

Die *Grenzen der Über- und Unterforderung* sind allerdings nicht ohne weiteres zu ziehen. Jens Holger Lorenz (2005) ist ein vehementer Vertreter der These, dass Kinder (mit und ohne Dyskalkulie) häufig *unter*fordert werden und postuliert, dass eine Überforderung nützlich sein kann, soweit sie in der Zone der nächsten Entwicklungsschritte (im Englischen: zone of proximal development; Wygotsky 1978) liegt. Auch Elsbeth Stern (2005) weist darauf hin, dass Grundschulkinder – und insbesondere Kinder mit Rechenschwierigkeiten – von anspruchsvollen Lernangeboten durchaus profitieren, was sich nicht nur in besseren Leistungen, sondern auch in selbstständigerem Lernverhalten äußere. Als anspruchsvoll bezeichnet Stern (konstruktivistische) Unterrichtsmethoden, die einen aktiven Lernprozess fördern und an bestehendes Wissen anknüpfen, dabei jedoch das selbstständige Entdecken neuer Lösungswege forcieren.

5.1.3 Anschauungshilfen

Montessori-Materialien

Eine prominente Vertreterin der Ansicht, dass Lernen durch die Bereitstellung von „begreifbarem" Lernmaterial (sprich Anschauungshilfen) wesentlich erleichtert wird, war Maria Montessori. Die für die Mathematikdidaktik entwickelten Montessori-Materialien zeichnen sich dadurch aus, dass sie die Basis-10-Struktur des arabischen Zahlensystems regelhaft abbilden (www.montessori.de). Durch das Hantieren mit diesen konkreten Objekten soll das Kind eine bildhafte Darstellung von noch nicht vorhandenen mentalen (abstrakten) Zahlenrepräsentationen bekommen.

Überbrückungshilfen

Anschauungshilfen sind somit „Überbrückungshilfen", die Zahlengrößen begreif- und manipulierbar machen. Die meisten Fachleute stimmen überein, dass Anschauungshilfen im Mathematikunterricht grundsätzlich sinnvoll sind, weil sie den Übergang von einem konkreten Mengenverständnis zu einer abstrakten Zahlenrepräsentation wesentlich erleichtern können und damit auch den relationalen Zahlenaspekt verständlich und „begreifbar" machen.

Unstimmigkeit herrscht jedoch dahingehend, wie lange sie verwendet werden sollen. Das zu lange Verwenden von Anschauungshilfen birgt die Gefahr, dass der Übergang von konkreten zu abstrakten Zahlenrepräsentationen verzögert werden kann. In diesem Sinne postuliert Lorenz (2005), dass „die Konstruktion im Kopf, diese notwendige Phase bei der Entwicklung der Zahl- und Zahloperationsbeziehungen, durch rechtzeitige Entfernung (!!) von Veranschaulichungsmaterial angeregt werden kann" (S. 168). Der rechtzeitige Entzug von Anschauungshilfen fördere daher gemäß Lorenz (2005) diese Reflexions- und Verständnisprozesse und leite die Kinder zu selbstständigem Denken an. Fraglich ist natürlich, was in diesem Kontext unter „rechtzeitig" zu verstehen ist. Wird einem rechenschwachen Kind, das noch zur Gänze im zählenden Rechnen verhaftet ist, die Verwendung der Finger untersagt, so hat es keinerlei Möglichkeiten mehr, zu einer adäquaten Lösung zu kommen.